

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт экономики и менеджмента

УТВЕРЖДАЮ:
Директор Е. В. Нехода

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

по направлению подготовки

38.03.02 Менеджмент

Направленность (профиль) подготовки:

Менеджмент

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2020

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП И.А. Павлова
Председатель УМК В.В. Маковеева

Томск – 2020

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем;

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-2.2 Применяет математические методы и модели для решения профессиональных задач, связанных со сбором, обработкой и анализом данных

ИОПК-2.3 Применяет методы сбора, обработки и анализа данных для решения поставленных управленческих задач

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить современный понятийный аппарат и инструментарий теории вероятностей и математической статистики.

– Научиться применять современный понятийный аппарат и инструментарий теории вероятностей и математической статистики при решении практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.11

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Второй семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по дисциплине «Высшая математика».

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

-лекции: 30 ч.

-практические занятия: 24 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Вероятности событий

Испытание, пространство элементарных событий, случайное событие. Наступление случайного события. Операции над событиями (сумма, произведение и разность событий). Свойства операций над событиями. Виды случайных событий (достоверное событие, невозможное событие, противоположное событие, совместные и несовместные события). Влечение одного события другим событием. Классическое определение вероятности. Условия применимости классического определения вероятности. Свойства вероятности.

Элементы комбинаторики (перестановки, сочетания, размещения). Геометрические вероятности.

Тема 2. Основные теоремы теории вероятностей.

Условная вероятность. Независимость событий. Безусловная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Следствия из теорем сложения и умножения вероятностей. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Вероятностное пространство. Полная группа событий. Теорема о сумме вероятностей событий, образующих полную группу. Формула полной вероятности. Описание условий, при которых применение формулы полной вероятности наиболее целесообразно. Гипотезы. Априорные и апостериорные вероятности гипотез. Формула Байеса.

Тема 3. Формула Бернулли.

Независимые испытания. Схема Бернулли. Обозначение элементарных событий для n испытаний в схеме Бернулли. Описание условия применимости схемы Бернулли для исследования последовательности испытаний с несколькими возможными исходами. Примеры испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступлений события в n испытаниях Бернулли. Приближенные асимптотические формулы для схемы Бернулли (формула Пуассона, локальная формула Муавра-Лапласа, интегральная формула Муавра-Лапласа).

Тема 4. Случайные величины

Понятие случайной величины. Типы случайных величин. Закон распределения случайной величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Функция распределения и ее свойства. Нахождение функции распределения дискретной случайной величины по её ряду распределения. Плотность распределения и ее свойства. Числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода, медиана, p – квантиль, моменты высших порядков). Свойства математического ожидания и дисперсии. Основные законы распределения дискретных случайных величин (биномиальный, Пуассона). Теорема о математическом ожидании и дисперсии случайной величины, распределенной по биномиальному закону. Теорема о математическом ожидании и дисперсии случайной величины, распределенной по закону Пуассона. Теорема о сумме двух независимых случайных величин, распределенных по закону Пуассона. Основные законы распределения непрерывных случайных величин (равномерный, показательный, нормальный). Теоремы о функции распределения, математическом ожидании и дисперсии случайной величины, распределенной по равномерному закону. Теоремы о функции распределения, математическом ожидании и дисперсии случайной величины, распределенной по показательному закону. Теоремы о функции распределения, математическом ожидании и дисперсии случайной величины, распределенной по нормальному закону. Свойства случайной величины, распределенной по нормальному закону. Функция от случайной величины.

Тема 5. Предельные теоремы теории вероятностей

Лемма Чебышева, неравенство Чебышева, теорема Чебышева. Смысл теоремы Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.

Тема 6. Случайные векторы

Понятие случайного вектора (многомерной случайной величины). Функция распределения многомерной случайной величины. Плотность вероятности двумерной случайной величины. Условный закон распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Ковариация и коэффициент корреляции. Двумерный (n – мерный) нормальный закон распределения.

Тема 7. Выборочный метод

Генеральная и выборочная совокупность. Объем совокупности. Типы выборок (повторная, бесповторная). Репрезентативная выборка. Варианты. Вариационный ряд.

Частота и относительная частота. Статистическое распределение выборки. Полигон относительных частот выборки. Группированный статистический ряд выборки. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки (выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение).

Тема 8. Оценка параметров распределения

Формулировка задачи оценки параметров распределения. Понятие оценки параметров. Свойства оценок (несмещенность, состоятельность, эффективность). Оценки точечные и интервальные. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения.

Тема 9. Статистические гипотезы

Понятие статистической гипотезы. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы. Ошибки первого и второго рода, возникающие при проверке гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости критерия. Мощность критерия. Статистика критерия. Основной принцип проверки статистических гипотез. Область принятия гипотезы. Критическая область. Виды критических областей (правосторонняя, левосторонняя, двусторонняя). Гипотеза о значении неизвестного параметра нормального распределения. Гипотеза о равенстве средних значений двух генеральных совокупностей. Гипотеза о законе распределения. Критерий согласия. Описание алгоритма проверки гипотезы о предполагаемом законе неизвестного распределения на основе использования критерия согласия χ^2 – квадрат Пирсона.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения опросов по лекционному материалу, совместного решения задач в аудитории, проведения контрольных работ, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр. Вклад результатов текущего контроля в итоговой оценке по дисциплине составляет – 60 баллов (60%)

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен во втором семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть билета содержит теоретический вопрос по теории вероятностей и проверяет ИОПК-2.3. Ответ на вопрос дается в развернутой форме.

Вторая часть содержит теоретический вопрос по математической статистике и проверяет ИОПК-2.2. Ответ на вопрос дается в развернутой форме.

Третья часть предполагает решение задачи и краткую интерпретацию полученных результатов. Третья часть проверяет ИОПК-2.2 и ИОПК-2.3.

Примерный перечень теоретических вопросов по теории вероятностей.

1. Определение испытания.
2. Определение пространства элементарных событий.
3. Определение случайного события.
4. Операции над событиями и их свойства.
5. Виды случайных событий.
6. Классическое определение вероятности.
7. Свойства вероятности.
8. Определение перестановки, сочетания, размещения.
9. Геометрическое определение вероятности.
10. Определение условной вероятности.
11. Определение независимых событий.

12. Теорема сложения вероятностей.
13. Теорема умножения вероятностей.
14. Определение полной группы событий.
15. Формула полной вероятности.
16. Формула Байеса.
17. Определение независимых испытаний.
18. Определение схемы Бернулли.
19. Формула Бернулли.
20. Наивероятнейшее число наступлений события.
21. Формула Пуассона для схемы Бернулли.
22. Локальная формула Муавра – Лапласа.
23. Интегральная формула Муавра – Лапласа.
24. Определение случайной величины.
25. Типы случайных величин.
26. Определение закона распределения случайной величины.
27. Определение ряда распределения дискретной случайной величины.
28. Определение функции распределения случайной величины.
29. Свойства функции распределения.
30. Определение плотности вероятности непрерывной случайной величины.
31. Свойства плотности вероятности.
32. Определение математического ожидания дискретной и непрерывной случайной величины.
33. Свойства математического ожидания.
34. Определение дисперсии случайной величины.
35. Свойства дисперсии.
36. Определение среднего квадратического отклонения случайной величины.
37. Определение моды, медианы и p – квантиля случайной величины.
38. Биномиальный закон распределения дискретной случайной величины.
39. Закон распределения Пуассона дискретной случайной величины.
40. Равномерный закон распределения непрерывной случайной величины.
41. Показательный закон распределения непрерывной случайной величины.
42. Нормальный закон распределения непрерывной случайной величины.
43. Функция распределения функции от случайной величины.
44. Определение многомерной случайной величины.
45. Определение матрицы распределения двумерной дискретной случайной величины.
46. Определение функции распределения двумерной случайной величины.
47. Определение плотности вероятности двумерной непрерывной случайной величины.
48. Определение ковариации случайных величин.
49. Определение коэффициента корреляции случайных величин.
50. Лемма Чебышева.
51. Неравенство Чебышева.
52. Теорема Чебышева.
53. Теорема Бернулли.
54. Центральная предельная теорема.

Примерный перечень теоретических вопросов по математической статистике.

55. Определение генеральной совокупности.
56. Определение выборки.
57. Определение репрезентативной выборки.
58. Определение статистического распределения выборки.

59. Определение гистограммы.
60. Определение эмпирической функции распределения.
61. Числовые характеристики выборки.
62. Определение оценки параметра.
63. Свойства оценок.
64. Определение доверительной вероятности.
65. Определение доверительного интервала.
66. Определение статистической гипотезы.
67. Определение нулевой и конкурирующей гипотезы.
68. Ошибки первого и второго рода при проверке гипотез.
69. Определение статистического критерия.
70. Определение уровня значимости статистического критерия.
71. Определение критической области.
72. Основной принцип проверки статистических гипотез.
73. Определение критерия согласия.

Примеры задач.

1. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков делится на 4.
2. Бросают четыре монеты. Найти вероятность того, что только на трех монетах появится герб.
3. В первой урне 4 белых и 6 черных шаров, во второй – 3 белых и 5 черных шаров. Из второй урны наугад переложили в первую 2 шара, а затем из первой урны вынули наугад 1 шар. Найти вероятность того, что вынутый шар – белый.
4. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0.8, а для второго – 0.9. Найти вероятность того, что при одновременном выстреле двух стрелков произойдет хотя бы одно попадание в мишень.
5. Построить ряд распределения случайной величины X – числа попаданий мячом в корзину при двух бросках, если вероятность попадания при каждом броске равна 0,4.
6. В урне 4 белых и 3 черных шара. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров хотя бы один черный шар.
7. Найти вероятность того, что в результате 7 подбрасываний монеты она упадет гербом вверх ровно 4 раза.
8. Непрерывная случайная величина X имеет плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 2(x-2), & \text{если } 2 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$
 Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.
9. В первой урне 6 белых и 3 черных шара, а во второй - 5 белых и 8 черных шаров. Из первой урны вынули наугад 2 шара, а из второй - 3 шара. Найти вероятность того, что все вынутые шары одного цвета.
10. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0.8, а для второго - 0.6. Найти вероятность того, что при одновременном выстреле двух стрелков один из них попадет, а другой промахнется.

Результаты экзамена определяются в соответствии с балльно-рейтинговой системой – максимум 40 баллов:

Критерии выставления баллов за экзамен:

Характеристика	Баллы
Дан полный и развернутый ответ на первый теоретический вопрос.	10 баллов

Дан неполный или фрагментарный ответ на первый теоретический вопрос.	5 баллов
Не дан ответ на первый теоретический вопрос.	0 баллов
Дан полный и развернутый ответ на второй теоретический вопрос.	10 баллов
Дан неполный или фрагментарный ответ на второй теоретический вопрос.	5 баллов
Не дан ответ на второй теоретический вопрос.	0 баллов
Задача решена верно, ход решения обоснован.	20 баллов
Задача решена верно, но ход решения не обоснован.	10 баллов
Задача не решена.	0 баллов

Итоговая оценка по дисциплине складывается из результатов текущего контроля (60%) и результатов промежуточной аттестации (40%) и составляет максимум 100 баллов.

Механизм перевода результатов балльно-рейтинговой системы в пятибалльную шкалу:

Баллы	Итоговая оценка
90-100 баллов	«Отлично»
70-89 баллов	«Хорошо»
55-69 баллов	«Удовлетворительно»
54 балла и менее	«Неудовлетворительно»

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=22854>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План практических занятий по дисциплине.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Кремер Н. Ш. Теория вероятностей: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. - Москва: Юрайт, 2023. - 271 с - (Высшее образование). URL: <https://urait.ru/bcode/511952>

– Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. - Москва: Юрайт, 2023. - 479 с - (Высшее образование). URL: <https://urait.ru/bcode/510437>

– Ковалев Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для вузов / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев; под общей редакцией Г. А. Медведева. - Москва: Юрайт, 2023. - 284 с - (Высшее образование). URL: <https://urait.ru/bcode/511337>

– Калинина В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Н. Калинина. - Москва: Юрайт, 2023. - 472 с - (Высшее образование). URL: <https://urait.ru/bcode/510903>

– Малугин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / В. А. Малугин. - Москва: Юрайт, 2023. - 470 с - (Высшее образование). URL: <https://urait.ru/bcode/515502>

б) дополнительная литература:

– Васильев А. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / А. А. Васильев. - Москва: Юрайт, 2023. - 232 с - (Высшее образование). URL: <https://urait.ru/bcode/514206>

– Попов А. М. Теория вероятностей: учебное пособие для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников. - Москва: Юрайт, 2023. - 215 с - (Высшее образование). URL: <https://urait.ru/bcode/512085>

– Андрухаев Х. М. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач: учебное пособие для вузов / Х. М. Андрухаев. - Москва: Юрайт, 2023. - 177 с - (Высшее образование). URL: <https://urait.ru/bcode/513227>

в) ресурсы сети Интернет:

1. Образовательный математический сайт Exponenta

<http://www.exponenta.ru>

2. Общероссийский математический портал Math-Net.Ru

<http://www.mathnet.ru>

3. Открытые онлайн-курсы

https://openedu.ru/course/hse/prob_theory/#

<https://openedu.ru/course/hse/MATHSTAT/>

<https://openedu.ru/course/hse/STATAN/?session=2022>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

в) профессиональные базы данных (*при наличии*):

– Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Андриенко Елена Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информационных технологий и бизнес-аналитики Института экономики и менеджмента Национального исследовательского Томского государственного университета.