

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан ММФ НИ ТГУ

 доц. Л.В.Гензе

« 31 » 02 20 21 г.

Рабочая программа дисциплины

Методы современной математики

по направлению подготовки

01.03.01 Математика

02.03.01 Математика и компьютерные науки

01.03.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль) подготовки:

«Основы научно-исследовательской деятельности в области математики»,

«Основы научно-исследовательской деятельности в области механики и
математического моделирования»,

«Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и
компьютерных наук»

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2021


Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.2.07

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 Л.В. Гензе

Председатель УМК

 Е.А.Тарасов

Томск – 2022

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам;

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин;

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.

2. Задачи освоения дисциплины

– Понимание логики развития науки, учёт внешних побудительных мотивов и внутренних импульсов.

– Создание доступных представлений о современном состоянии математических дисциплин.

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к общепрофессиональному циклу обязательной части образовательной программы.

4. Семестр освоения и форма промежуточной аттестации по дисциплине

Семестр 4, зачет.

5. Входные требования для освоения дисциплины

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часа, из которых:

– лекции: 32 ч.;

– семинарские занятия: 0 ч.;

– практические занятия: 0 ч.;

– лабораторные работы: 0 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

| Тема | Содержание |
|-------------|--|
| 1. История | Зенон Элейский. Апории и их отражение в концепциях последующих веков (пример – простые итерации). Пифагор. Пифагоровы четвёрки и пятерки. Реализация в современной геометрии. Интеграционные приемы Архимеда. Появление комплексной арифметики и дальнейшие обобщения понятия числа. Лейбниц как создатель |

| | |
|--|--|
| | «нестандартного анализа». Двоичная арифметика. Больцано – предшественник Кантора. Задания для самостоятельного решения. |
| 2. Теория множеств. | Предшественники Кантора. Канторовская («наивная») теория множеств. Парадоксы. Детальный разбор парадоксов. Книги Ф. Хаусдорфа (1914 и 1927). Аксиоматика Френкеля и Бар-Хиллела. Сравнительный анализ аксиоматических систем Рассела, Цермело, Неймана-Бернаиса и Куайна по Ван Хао и Мак-Нотону. Понятие о теории типов Рассела и Уайтхеда. |
| 3. Основания математики | Концепция Гильберта и Бернаиса. Концепция Рассела и Уайтхеда. Пётр Вopenка и построение математики на основе альтернативной теории множеств. Комментарии Н. А. Вавилова. Его обзор литературы. |
| 4. Архитектура математики. | Концепция Рудольфа Карнапа. Концепция Н. Бурбаки. Концепция Бертрана Рассела. Комментарии Н. А. Вавилова. Его обзор литературы. |
| 5. Разбор задач. | Разбор ранее выданных заданий. |
| 6. Алгебра | Книга Б. Л. ван-дер-Вардена «Современная алгебра» (переиздана с названием «Алгебра»). И.Р. Шафаревич и его обзор основных понятий алгебры. Книги Николая Вавилова. Его обзор литературы. |
| 7. Альтернативная концепция натурального ряда. | П.К. Рашевский и его гипотеза о соотношении порядкового числа и количественного числа. |
| 8. Вычислительные аспекты линейной алгебры. | Проблема численной реализации алгебраических алгоритмов. 1. Численное решение алгебраических уравнений и систем уравнений. 2. Симметричная и несимметричная проблемы собственных значений. Вычислительный аспект. |
| 9. Компьютер и математика. | Обзор систем компьютерной алгебры. Новые возможности делают актуальными новые задачи. Сообщения об эффективном применении СКА (Н.А. Вавилов). Неизбежность сопровождающих проблем. |
| 10. Компьютер и математика. | Обзор отчётов об ошибках систем компьютерной алгебры. Оценочные суждения лиц, непосредственно причастных к применениям СКА. Знакомство с СКА Maple. |
| 11. Группы Ли. | История теории групп Ли. Основные сведения. Теоремы Ли. Алгоритмы теории и их реализация в СКА Maple. |
| 12. Групповой анализ. | Применение групп Ли к исследованию обыкновенных дифференциальных уравнений. Реализация алгоритмов в СКА Maple. |
| 13. Геометрия | Современное состояние классической дифференциальной геометрии. Дифференцируемое многообразие. Касательное расслоение. Кокасательное расслоение. Метод подвижного репера. |
| 14. Тензоры. | Векторное пространство. Сопряженное пространство. Тензор – полилинейная функция векторных и ковекторных аргументов. Алгебра тензоров. Тензорный анализ. |
| 15. Дифференциальные формы. | Векторные и ковекторные поля на гладком многообразии. Внешняя алгебра. Внешние дифференциальные формы. Дифференцирование и интегрирование. Формы Пфаффа. Пфаффовы системы в инволюции. |
| 16. Модели. | Общее представление о математических моделях. Примеры моделей. 1. Томас Саати. Математический анализ конфликтных ситуаций. 2. Томас Саати. Принятие решений. Метод анализа иерархий. |

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости лекций и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в четвертом семестре проводится в устной форме (собеседование).

Примерный перечень теоретических вопросов

Вопрос 1. Имеется ли, на Ваш взгляд, отражение апорий Зенона в задачах современной математики и методах их решения? Если да, то какое?

Вопрос 2. Томас Брадвардин (ок. 1300 – 1349) обнаружил взаимно-однозначное соответствие между точками двух отрезков различной длины. Дайте описание этого факта на языке теории множеств.

Вопрос 3. Бернард Больцано обнаружил взаимно-однозначное соответствие натуральными числами и их квадратами. Дайте описание этого факта на языке теории множеств.

Вопрос 4. Давид Гильберт (1926): «Никто не изгонит нас из рая, который основал Кантор». Что он имел в виду?

Вопрос 5. Как Вы оцениваете перспективы доказательства непротиворечивости **всей** математики средствами исключительно математики?

Вопрос 6. Какие, на Ваш взгляд, причины привели к повышенному вниманию современной математики к методам реализации алгоритмов линейной алгебры?

Вопрос 7. Допускаете ли Вы (в принципе) правоту П.К. Рашевского в его постановке «проблемы натурального ряда»?

Вопрос 8. Разделяете ли Вы мнение Н.А. Вавилова о беспредметности попыток исследовать непротиворечивость арифметики? Желательно обосновать ответ.

Вопрос 9. Какие, на Ваш взгляд, причины позволили компьютерным технологиям внедриться в математику (не только в практическую, но и теоретическую!) и прочно там обосноваться?

Вопрос 10. Полагаете ли Вы, что проникновение в науку (и не только в неё!) компьютеров сулит нескончаемый и ничем не омраченный успех?

Вопрос 11. Структура, которую мы называем «группа Ли», создателем теории Софусом Ли именовалась иначе. Как именно? И каковы были побудительные мотивы, отраженные в названии?

Вопрос 12. Приведите пример одномерного дифференцируемого многообразия. А также двумерного.

Вопрос 13. Какова размерность линейчатого пространства? Почему?

Вопрос 14. Касательное и кокасательное пространства дифференцируемого многообразия.

Вопрос 15. Тензор. Линейные операции над тензорами. Умножение тензоров.

Вопрос 16. Свёртка тензоров. Критерий тензора.

Вопрос 17. Ковариантное дифференцирование.

Вопрос 18. Внешняя алгебра.

Вопрос 19. Внешнее дифференцирование.

Вопрос 20. Пфафова система в инволюции.

Вопрос 21. Сущность метода подвижного репера.

Вопрос 22. Приведите известный Вам пример математической модели некоего явления либо процесса.

Результаты зачета определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle»: <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=6560>
б) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир, 1965 – 455 с.
2. Ильин В.П. (составитель). Парадоксы бесконечного. – Мн.: Изд. В.П. Ильин, 2000. — 368 с.
3. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М.: ИЛ, 1963 – 292 с.
4. Арнольд В.И. Что такое математика. – М.: МЦНМО, 2002 – 104 с.
5. Вечтомов Е.М. Математика: основные математические структуры. – М.: Юрайт, 2020 – 291 с.
6. Вейль Г. Структура математики, УМН, 1976, том 31, выпуск 4(190), 220–238.
7. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления: Пер. с англ. — М.: Мир, 1999. — 548 с.
8. Уоткинс Д. Основы матричных вычислений. – М.: БИНОМ, 2006 – 664 с.
9. Вавилов Н.А. Компьютер как новая реальность математики. I. Personal account // Компьютерные инструменты в образовании. 2020, №2. С. 5-26. doi: 10.32603/2071-2340-2020-2-5-26.
10. Вавилов Н. А. Компьютер как новая реальность математики. II. Проблема Варинга // Компьютерные инструменты в образовании. 2020. № 3. С. 5–55. doi: 10.32603/2071-2340-2020-3-5-55.
11. Н. Х. Ибрагимов, Групповой анализ обыкновенных дифференциальных уравнений и принцип инвариантности в математической физике (к 150-летию со дня рождения Софуса Ли), УМН, 1992, том 47, выпуск 4(286), 83–144.
12. Торп Дж. Начальные главы дифференциальной геометрии. – М.: Мир, 1982 – 360 с.
13. Катанаев М.О. Геометрические методы в математической физике. – М.: Математический институт им. В.А. Стеклова, 2011. – 794 с.
14. Джет Неструев. Гладкие многообразия и шблюдаемые. – М.: МЦНМО, 2000-2003, —317 с.

б) дополнительная литература:

15. Архимед. Сочинения. – М.: ФМЛ, 1962. – 629 с.
16. Лурье С.Я. Архимед. – М.-Л.: АН СССР, 1945. – 135 с.
17. Беркли Дж. Сочинения. — М.: Мысль, 2000. — 560 с.
18. Больцано Б. Парадоксы бесконечного. Одесса, 1911. – 111 с.
19. Природа описывается формулами. Галилей. Научный метод. – М.: Де Агостини, 2015. — 160 с.
20. Кеплер И. Новая стереометрия винных бочек. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1935. – 359 с.
21. Кантор И.Л., Солодовников А.С. Гиперкомплексные числа. – М.: Наука, ФМЛ, 1973 – 144 с.
22. Риман Б. Сочинения. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. – 543 с.
23. Ли С. Теория групп преобразований: В 3-х частях: Часть 1. — М.-Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. — 712 с.
24. Ли С. Теория групп преобразований: В 3-х частях: Часть 2. — М.-Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2012. — 6312 с.
25. Ли С. Теория групп преобразований: В 3-х частях: Часть 3. — М.-Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2015. — 960 с.

26. Ли С. Симметрии дифференциальных уравнений. Том 1. — М.-Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. — 704 с.
27. Ли С. Симметрии дифференциальных уравнений. Том 2. — М.-Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. — 840 с.
28. Ли С. Симметрии дифференциальных уравнений. Том 3. — М.-Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. — 704 с.
29. Ван Хао., Мак-Нотон Р. Аксиоматические системы теории множеств. — М.: ИЛ, 1963. — 53 с.
30. Вopenка П. Математика в альтернативной теории множеств. — М.: Мир, 1983. — 153 с.
31. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики. — М.: ФМЛ, 1979. — 557 с.
32. Рассел Б. Введение в математическую философию. — Новосибирск: Сиб. Унив. Изд-во, 2007 — 264 с.
33. Хаусдорф Ф. Теория множеств. — М.-Л.: ГИТТЛ, 1937. — 304 с.
34. Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. — М.: Мир, 1966. — 555 с.
35. Вавилов Н.А. Не совсем наивная теория множеств. — 325 с.
36. Фреге Г. Логика и логическая семантика. — М.: Аспект Пресс, 2000. — 512 с.
37. Арнольд В.И. Избранное. — М.: Фазис, 1997. — 814 с.
38. Арнольд В.И. Экспериментальное наблюдение математических фактов. — М.: МЦНМО, 2012 — 120 с.
39. Арнольд В.И. Антинаучная революция и математика. — Вестник РАН, Т. 69, №6, 1999 — С. 553-558.
40. Арнольд В.И. Математическое понимание природы. — М.: МЦНМО, 2011 — 144 с.
41. Сарданашвили Г.А. О понятии математической структуры. — М.: МГУ, 2015, Препринт МР-MSU/015/11/13/
42. Стюарт И. Истина и красота: Всемирная история симметрии. — М.: Астрель: CORPUS, 2010. — 461 с.
43. Рассел Б., Уайтхед А. Основания математики. — Т.1. Самара: Самарский университет, 2005. — 722 с.
44. Рассел Б., Уайтхед А. Основания математики. — Т.2. Самара: Самарский университет, 2006. — 738 с.
45. Рассел Б., Уайтхед А. Основания математики. — Т.3. Самара: Самарский университет, 2006. — 460 с.
46. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. — М.: Мир, 1976. — 400 с.
47. Шафаревич И.Р. Основные понятия алгебры. — Ижевск: Ижевская республиканская типография, 1999. — 348 с.
48. Бурбаки Н. Алгебраические структуры. — М.: ФМЛ, 1962 — 516 с.
49. Вавилов Н.А. Конкретная теория групп. — 548 с.
50. Вавилов Н.А. Конкретная теория колец. — 139 с.
51. Вавилов Н.А. Не совсем наивная линейная алгебра. — 128 с.
52. Кон П. Универсальная алгебра. — М.: Мир, 1968. — 351 с.
53. Незбайло Т.Г. Теория нахождения корней алгебраических уравнений (в символьном представлении). — С.-Пб: КОРОНА-Век, 2007 — 208 с.
54. Рашевский П.К. О догмате натурального ряда. - УМН, 1973, том 28, выпуск 4(172), 243–246,
55. Годунов С.К. Лекции по современным аспектам линейной алгебры — Новосибирск: Научная книга (ИДМИ), 2002. — 216 с.
56. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. Пер. с англ. — М.: Мир, 2001. — 430 с.
57. Икрамов Х. Д. Несимметричная проблема собственных значений. Численные методы. — М.: Наука. ФМЛ, 1991. — 240 с.

58. Парлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы: Пер. с англ.— М.: Мир, 1983. 384 с.
59. Уилкинсон Дж. Алгебраическая проблема собственных значений. – М.: ФМЛ, 1970 – 564 с.
60. Зморевич В.А. О границах корней алгебраических многочленов. УМН, 1956, том 11, выпуск 5(71), 179–183.
61. Васильев А.М. Теория дифференциально-геометрических структур. – М.: МГУ, 1987 – 190 с.
62. Мальгранж Б. Идеалы дифференцируемых функций. – м.: Мир, 1968. – 131 с.
63. Фултон У. Теория пересечений. – М.: Мир, 1989. – 576 с.
64. Вавилов Н. А. Компьютер как новая реальность математики. III. Числа Мерсенна и суммы делителей // Компьютерные инструменты в образовании. 2020. № 4. С. 5–58. doi: 10.32603/2071-2340-2020-4-5-58.
65. Волобуев И.П., Кубышин Ю.А. Дифференциальная геометрия и алгебры Ли и их приложения в теории поля. – М.: Эдиториал УРСС, 1998. – 224 с.
66. Громол Д, Клингенберг В., Мейер В. Риманова геометрия в целом. – М.: Мир, 1971. – 343 с.
67. Бобенко А.И., Сурис Ю.Б. Дискретная дифференциальная геометрия .Интегрируемая структура. Изд-во: НИИ «Регулярная и хаотическая динамика», ИКИ, 2010 – 466 с.
68. Атанасиу Г., Балан В., Брынзей Н., Рахула М. Дифференциальная геометрия второго порядка и приложения: Теория Мирона—Атанасиу. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. —256 с.
69. Атанасиу Г., Балан В., Брынзей Н., Рахула М. Дифференциально-геометрические структуры: Касательные расслоения, связности в расслоениях, экспоненциальный закон в пространстве струй. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. — 336 с.
70. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия: Методы и приложения. – М.: Наука, 1986. – 760 с.
71. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, 1967. – 664 с.
72. Новиков СП., Тайманов И.А. Современные геометрические структуры и поля. — М.: МЦНМО, 2005. — 584 с.
73. Хьюзмоллер Д. Расслоенные пространства. – М.: Мир, 1970. – 442с.
74. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993 – 278 с.
75. Пенроуз Р. Путь к реальности или законы, управляющие вселенной. – М.-Ижевск, 2007. – 911 с.
76. Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. – М.: Мир, 1974. – 488 с.
77. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры: Пер. с англ. — М.: Мир, 2000. —687с.
78. Федотов А. Б. Геометрические структуры на многообразии. — М.: ФМЛ, 2020. — 136 с. — ISBN 978-5-9221-1888-0.
79. Саати Т. Математические модели конфликтных ситуаций. – М.: Советское радио, 1977 – 304 с.
80. Игнаточкина Л.А. Руководство к решению задач по тензорной алгебре векторных пространств: Учебное пособие. – М.: МПГУ, 2014 – 64 с.
81. Водопьянов С.К., Исангулова Д.В. Исчисление внешних дифференциальных форм: Сборник задач и упражнений / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2012. 144 с.
82. Манфредо П. до Кармо. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. -608 с.

83. Фавар Ж. Курс локальной дифференциальной геометрии. – М.: ИЛ, 1960 – 550 с.
84. Хелгасон С. Дифференциальная геометрия и симметрические пространства. – М.: Мир, 1964. – 533 с.
85. Новиков С.П., Тайманов И.А. Современные геометрические структуры и поля. — М.: МЦНМО, 2005. — 584 с.
86. Блашке В. Введение в дифференциальную геометрию. – Ижевск: Изд. Дом «Удмуртский ун-т», 2000. – 232 с.
87. Гусев Н.С., Чернышёв В.Л. Производная Ли, теорема Фробениуса, дифференциальные формы — М.: МГТУ имени Н. Э. Баумана, 2011.— 65 с.
88. Игнаточкина, Лия Анатольевна. Анализ на многообразиях: Учебное пособие. – Москва : МПГУ, 2015. – 212 с.
89. Постников М. М. Лекции по геометрии. Семестр III. Гладкие многообразия: Учеб. пособие для вузов,—М.: Наука. ФМЛ, 1987.—480 с.
90. Розенфельд Б.А. Многомерные пространства. – М.: Наука, 1966 — 645 с.
91. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства. – М.: Наука, 1969 — 548 с.
92. Хьюзмоллер Д. Расслоенные пространства. М.: Мир, 1970 – 442 с.
93. Чешкова М.А. Элементы тензорного исчисления (практикум). – Барнаул: Изд-во Алтайского гос. ун-та, 2010. – 21 с.
94. Сокольников И.С. Тензорный анализ (с приложениями к геометрии и механике сплошных сред). М.: Наука, 1971 – 376 с.
95. Шуликовский В.И. Классическая дифференциальная геометрия в тензорном изложении. –М.: Фиаматгиз, 1963 – 540 с.

в) ресурсы сети Интернет:

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Office 2003.
- WinDjView-0.5.
- FoxitReader.
- MathType.6.8.
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

в) профессиональные базы данных:

- Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру») (при необходимости).

15. Информация о разработчиках

Бухтяк Михаил Степанович, к.ф.-м.н., доцент.