

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук



Рабочая программа дисциплины

**Численные методы 2**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки :

**Математическое моделирование и информационные системы**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2023**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.ДВ.01.01.04

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 Л.А. Нежелская

Председатель УМК

 С.П. Сущенко

Томск – 2023

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

– ПК-3. Способен формализовывать, согласовывать и документировать требования к системе и подсистеме, обрабатывать запросы на изменение требований к системе и подсистеме, выявлять и формализовывать риски, анализировать проблемные ситуации.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИОПК-3.4. Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.

ИПК-3.1. Реализует построение формализованной математической модели системы (подсистемы), введение целевой функции системы, подсистемы и ограничений, соответствующих требованиям к системе (подсистеме).

ИПК-3.2. Адаптирует формализованную математическую модель системы (подсистемы) к изменению требований (ограничений к целевой функции) к системе (подсистеме).

ИПК-3.3. Выявляет и формализовывает в виде математической модели возникающие при функционировании системы (подсистемы) риски; выявляет и анализирует проблемные ситуации.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат дисциплины «Численные методы 2» и ознакомить студентов с современными методами решения дифференциальных и интегральных уравнений.

– Научиться применять понятийный аппарат и численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений для решения практических задач профессиональной деятельности.

– Освоение студентами навыков экспериментального исследования систем, описываемых дифференциальными и интегральными уравнениями с использованием численных методов решения.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор. Дисциплина входит в модуль "Прикладная математика".

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Седьмой семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Информатика и программирование».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-лабораторные: 32 ч.

-практические занятия: 16 ч.

в том числе практическая подготовка: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Введение. Основные понятия.

Краткое содержание темы. Примеры реальных объектов, модели которых описываются дифференциальными и интегральными уравнениями. Численная устойчивость алгоритма. Локальная и глобальная устойчивость.

Тема 2. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Задача Коши.

Краткое содержание темы. Одношаговые и многошаговые численные методы. Явные и неявные схемы. Метод Эйлера. Пример применения метода Эйлера для жесткой задачи. Модифицированный метод Эйлера. Явные методы Рунге-Кутты третьего и четвертого порядка. Анализ порядка точности метода. Оценка погрешностей (правило Рунге). Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений. Многошаговые методы Адамса. Устойчивость методов. Жесткие задачи. Описание метода шагов для систем с запаздываниями. Метод Кранка-Никольсона. Численное решение матричного уравнения Риккати с граничным условием на правом конце.

Тема 3. Численное решение краевых задач для ОДУ второго порядка.

Краткое содержание темы. Постановка краевой задачи для ОДУ второго порядка. Методы решения краевых задач для линейных ОДУ 2-го порядка. Методы решения краевых задач для нелинейных ОДУ 2-го порядка. Метод стрельбы. Метод коллокации. Решение краевых задач методом конечных разностей. Метод прогонки.

Тема 4. Численное решение уравнений в частных производных.

Краткое содержание темы. Решение уравнения эллиптического типа методом сеток. Решение одномерного уравнения теплопроводности (явная схема). Неявная и другие схемы для решения одномерного уравнения теплопроводности. Метод прямых для решения одномерного уравнения теплопроводности. Численные методы решения уравнения гиперболического типа. Схема счета для решения эллиптического уравнения. Анализ устойчивости с помощью  $\varepsilon$ -схем. Элементы общей теории разностных схем.

Тема 5. Численные методы решения интегральных уравнений.

Краткое содержание темы. Метод квадратурных сумм. Проекционные методы решения. Метод моментов. Интегральные уравнения с вырожденным ядром

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Контроль промежуточной аттестации осуществляется по рейтинговой системе для оценки промежуточной аттестации на основе балльных оценок для форм контроля.

Экзамен осуществляется в форме опроса по теоретической части дисциплины. На экзамен студент допускается только после выполнения и сдачи преподавателю всех лабораторных работ и практических заданий.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=00000>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План лабораторных занятий по дисциплине.

1. Метод Эйлера. Применение метода Эйлера для жесткой задачи. Модифицированный метод Эйлера. Явные методы Рунге-Кутты третьего и четвертого порядка. Оценка погрешностей (правило Рунге). Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений. Многошаговые методы Адамса. Устойчивость методов. Метод шагов для систем с запаздываниями. Метод Кранка-Никольсона. Численное решение матричного уравнения Риккати с граничным условием на правом конце.

2. Методы решения краевых задач для линейных ОДУ 2-го порядка. Методы решения краевых задач для нелинейных ОДУ 2-го порядка. Метод стрельбы. Метод коллокации. Решение краевых задач методом конечных разностей. Метод прогонки.

3. Решение уравнения эллиптического типа методом сеток. Решение одномерного уравнения теплопроводности (явная схема). Схемы для решения одномерного уравнения теплопроводности. Метод прямых для решения одномерного уравнения теплопроводности. Численные методы решения уравнения гиперболического типа.

4. Численные методы решения интегральных уравнений. Метод квадратурных сумм. Проекционные методы решения. Метод моментов. Численное решение интегральных уравнений с вырожденным ядром.

г) План практических и семинарских занятий.

1. Построение одношаговых и многошаговых схем численного решения ОДУ. Анализ порядка точности метода. Метод Эйлера. Применение метода Эйлера для жесткой задачи. Модифицированный метод Эйлера. Исследование явных схем Рунге-Кутты третьего и четвертого порядка. Оценка погрешностей. Анализ устойчивости методов.

2. Методы решения краевых задач для линейных ОДУ 2-го порядка. Методы решения краевых задач для нелинейных ОДУ 2-го порядка. Решение краевых задач методом конечных разностей. Анализ точности и устойчивости.

3. Решение уравнения эллиптического типа методом сеток. Решение одномерного уравнения теплопроводности (явная схема). Численные методы решения уравнения гиперболического типа. Анализ устойчивости с помощью  $\epsilon$ -схем.

д) Методические указания по проведению лабораторных работ и практических работ.

Студенту рекомендуется при подготовке к выполнению лабораторной и практической работе ознакомиться с заданием к лабораторной и практической работе, выполнить проработку разделов лекции и рекомендованной литературы.

е) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов состоит в проработке лекций и изучении рекомендованной литературы, подготовке к лабораторным и практическим работам, к контрольным вопросам и тестам и заданиям.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

- Русина Л. Г. Вычислительная математика. Численные методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений и систем. Издательство Лань, 2022. 168 с.

- Смагин В.И., Решетникова Г.Н. Численные методы. Томск: Томск : ИДО ТГУ, 2007. – URL: <https://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000243997>

б) дополнительная литература:

- Копченова Н. В., Марон И. А. Вычислительная математика в примерах и задачах. Вычислительная математика в примерах и задачах. Копченова Н.В., Марон И.А., Издательство Лань, 2021.368 с. – URL:

<https://lanbook.com/catalog/matematika/vychislitel'naya-matematika-v-primerah-i-zadachah-72948403/>

- Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Учебное пособие. – Томск : STT, 2016. – 44 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Издательство «Лань» [Электронный ресурс] : электрон.-библиотечная система. – Электрон. Дан. – СПб., 2010. – URL: <https://e.lanbook.com/>

– ScienceDirect [Electronic resource] / Elsevier B.V. – URL: <https://www.sciencedirect.com/>

– Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.elibrary.ru/defaultx.asp>

– Общероссийская Сеть КонсультантПлюс. Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>

## 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– Mathcad-14;

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

## 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории, оборудованные персональными ЭВМ с операционной системой MS Windows 7, Mathsoft Mathcad 14, MathWorks Matlab.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

### **15. Информация о разработчиках**

Смагин Валерий Иванович, д.т.н, профессор, профессор кафедры прикладной математики НИ ТГУ.