

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной
математики и компьютерных наук

А.В. Замятин

« 11 » _____ 2021 г.



Теория оптимального управления

рабочая программа дисциплины

Закреплена за кафедрой	<i>прикладной математики</i>
Учебный план	<i>01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Математические методы в экономике»</i>
Форма обучения	<i>очная</i>
Общая трудоёмкость	<i>4 з.е.</i>
Часов по учебному плану	<i>144</i>
в том числе:	
аудиторная контактная работа	<i>88,3</i>
самостоятельная работа	<i>55,7</i>
Вид(ы) контроля в семестрах	
экзамен/зачет/зачет с оценкой	<i>Семестр 6 – экзамен</i>

Программу составил:
д-р техн. наук, профессор
профессор кафедры прикладной математики

 К.И. Лившиц

Рецензент:
д-р физ.-мат. наук, профессор,
профессор кафедры прикладной математики


 А.Г. Дмитренко

Рабочая программа дисциплины «Теория оптимального управления» разработана в соответствии с образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат, самостоятельно устанавливаемым федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (утвержден Ученым советом НИ ТГУ, протокол от 27.10.2021 г. № 08).

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры прикладной математики

Протокол от 26 мая 2021 г. № 04

Заведующий кафедрой прикладной математики,
д-р техн. наук, профессор

 А.М. Горцев

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 17 июня 2021 г. № 05

Председатель УМК ИПМКН,
д-р техн. наук, профессор

 С.П. Сущенко

Цель освоения дисциплины

Цель – привить навыки работы с учебной литературой по теории оптимального управления, обучить студентов основным понятиям теории оптимального управления, умению решать типовые задачи, умению пользоваться методами теории оптимального управления при решении практических задач и исследовании математических моделей технических и социально-экономических систем с целью их оптимизации.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория оптимального управления» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины», входит в модуль «Математика».

Пререквизиты дисциплины: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения».

Постреквизиты дисциплины: в курсе излагается математическая теория управления, включая теорию оптимального управления, динамическими объектами, т.е. объектами, поведение которых описывается системами обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений. К таким объектам относятся все подвижные объекты управления, в том числе летательные и космические аппараты, электроприводы, роботы-манипуляторы, технологические процессы, многие экономические задачи и т.п. В частности, постреквизитами дисциплины являются: «Уравнения математической физики», «Адаптивные системы», «Математические модели и методы логистики».

2. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Таблица 1.

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций)
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющих ресурсы и ограничений	ИУК-2.1. Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач.	ОРУК-2.1. Обучающийся сможет сформулировать совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определить ожидаемые результаты решения поставленных задач.
	ИУК-2.2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.	ОРУК-2.2. Обучающийся сможет спроектировать решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.
	ИУК-2.3. Решает конкретные задачи (исследования, проекта, деятельности) за установленное время.	ОРУК-2.3. Обучающийся сможет получить решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук,	ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.	ОРОПК-1.1. Обучающийся сможет: - находить в учебной литературе по теории оптимального управления необходимую информацию относительно темы исследований; - критически оценивать найденную

использовать их в профессиональной деятельности		информацию.
	ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.	ОРОПК-1.2. Обучающийся сможет выполнить стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.
		ОРОПК-1.3. Обучающийся сможет использовать основные понятия, концепции, принципы теории оптимального управления для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.
	ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности	ОРОПК-1.4. Обучающийся сможет: - определять необходимость применения тех или иных математических моделей и компьютерных технологий для решения поставленной задачи; - применять на практике необходимые математические модели и компьютерные технологии для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.	ОРОПК-3.1. Обучающийся сможет: -применить современный математический аппарат для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.
	ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.	ОРОПК-3.2. Обучающийся сможет: - собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.
	ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.	ОРОПК-3.3. Обучающийся сможет: - критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура и трудоемкость видов учебной работы по дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.

Таблица 2.

Вид учебной работы	Трудоемкость в академических часах	
	6 семестр	всего
Общая трудоемкость	144	144
Контактная работа:	88,3	88,3
Лекции (Л):	64	64
Практики (ПЗ)		
Лабораторные работы (ЛР)	16	16
Семинары (СЗ)		
Групповые консультации	2	2
Индивидуальные консультации	4	4
Промежуточная аттестация	2,3	2,3
Самостоятельная работа обучающегося:	55,7	55,7
- изучение учебного материала	8	8
- подготовка к практическим занятиям/коллоквиумам	16	16
- подготовка к рубежному контролю по теме/разделу	31,7	31,7
Вид промежуточной аттестации (зачет, зачет с оценкой, экзамен)	Экзамен	Экзамен

3.2. Содержание и трудоемкость разделов дисциплины

Таблица 3.

Код занятия	Наименование разделов и тем и их содержание	Вид учебной работы, занятий, контроля	С е м е с т р	Часы в электронной форме	Всего (час.)	Литература	Код (ы) результата(ов) обучения
	Раздел 1. Введение		6		6		ОРУК-2.1, ОРУК-2.2, ОРУК-2.3, ОРОПК-1.1, ОРОПК-1.2, ОРОПК-1.3, ОРОПК-1.4, ОРОПК-3.1, ОРОПК-3.2, ОРОПК-3.3
1.1.	Математическая модель объекта. Критерии оптимальности. Допустимые управления. Дополнительные условия. Формулировка задачи оптимального управления. Примеры постановки задач оптимального управления. Задача оптимального управления производством, хранением и сбытом товара. Оптимальное управление односекторной экономикой на конечном интервале времени. Динамическая модель рекламы в задаче страхования.	Лекции	6		4	№1, №9, №10	
1.2	Изучение учебного материала по теме	СРС	6		2		
	Раздел 2. Общая теория линейных систем управления		6		20		ОРУК-2.1, ОРУК-2.2, ОРУК-2.3, ОРОПК-1.1, ОРОПК-1.2, ОРОПК-1.3, ОРОПК-1.4, ОРОПК-3.1, ОРОПК-3.2, ОРОПК-3.3
2.1.	Переходная матрица, ее свойства и методы построения. Ряд Пеано. Спектральное представление переходной матрицы. Представление в виде суммы степеней матрицы. Критерии устойчивости линейных систем: спектральный критерий, критерий Рауса-Гурвица, критерий Ляпунова. Свойства уравнения Ляпунова. Исследование колебательного контура. Анализ линейных дискретных систем. Критерии устойчивости: спектральный критерий устойчивости, критерий Ляпунова. Поведение линейных систем при внешних возмущениях. Передаточная матрица. Постоянное управление. Задача слежения.	Лекции	6		12	№1, №2, №7	

	Изучение учебного материала по теме. Подготовка к выполнению лабораторных работ	СРС	6		2		
2.2.	Знакомство с пакетом «Управление»	Лаб. работы	6		2		
2.3	Изучение учебного материала по теме. Подготовка к выполнению лабораторных работ	СРС	6		2		
2.4	Устойчивость непрерывных и дискретных систем	Лаб. работы	6		2	№1, №3, №7	
	Раздел 3. Управляемость и наблюдаемость		6		10		ОРУК-2.1, ОРУК-2.2, ОРУК-2.3, ОРОПК-1.1, ОРОПК-1.2, ОРОПК-1.3, ОРОПК-1.4, ОРОПК-3.1, ОРОПК-3.2, ОРОПК-3.3
3.1.	Критерии управляемости. Критерии наблюдаемости. Общая декомпозиция линейной системы по Калману	Лекции	6		8	№1, №7	
3.2.	Изучение учебного материала по теме	СРС	6		2		
2.3.	Раздел 4. Синтез регуляторов и наблюдателей		6		30		ОРУК-2.1, ОРУК-2.2, ОРУК-2.3, ОРОПК-1.1, ОРОПК-1.2, ОРОПК-1.3, ОРОПК-1.4, ОРОПК-3.1, ОРОПК-3.2, ОРОПК-3.3
3.1.	Синтез регуляторов и наблюдателей. Общий принцип регулируемости. Метод АКОР для непрерывных систем. Метод АКОР для дискретных систем. Модальное управление. Вычисление матрицы регулятора. Выбор заданного спектра. Синтез полных наблюдателей. Наблюдатель Луенбергера. Фильтр Калмана для непрерывных систем. Фильтр Калмана для дискретных систем	Лекции	6		10	№1. №7	
3.2.	Изучение учебного материала по теме. Подготовка к выполнению лабораторных работ.	СРС	6		2		
3.3.	Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов	Лаб. работы	6		2	№1, №7, №4	
3.4	Изучение учебного материала по теме. Подготовка к выполнению лабораторных работ.	СРС	6		2		
3.5.	Модальное управление	Лаб. работы	6		2	№1, №7	

3.6	Изучение учебного материала по теме. Подготовка к выполнению лабораторных работ.	СРС	6		2		
3.7.	Динамический наблюдатель	Лаб. работы	6		2	№1, №7, №13	
3.8	Изучение учебного материала по теме. Подготовка к выполнению лабораторных работ,	СРС	6		2		
3.9	Фильтр Калмана для дискретных систем	Лаб. работы	6		2	№1, №7, №5	
3.10	Изучение учебного материала по теме. Подготовка к выполнению лабораторных работ,	СРС	6		2		
3.11.	Фильтр Калмана для непрерывных систем	Лаб. работы	6		2	№1, №7, №5	
	Раздел 5. Вариационное исчисление		6		14		ОРУК-2.1, ОРУК-2.2, ОРУК-2.3, ОРОПК-1.1, ОРОПК-1.2, ОРОПК-1.3, ОРОПК-1.4, ОРОПК-3.1, ОРОПК-3.2, ОРОПК-3.3
4.1	Вариационное исчисление. Содержание метода. Вариация функционала. Функция Гамильтона. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Задача Больца. Примеры. Задачи с ограничениями на правый конец траектории. Задача с произвольным временем и без ограничений на правый конец траектории. Задача с ограничениями общего вида. Примеры.	Лекции	6		8	№1, №2, №10	.
4.2.	Исследование второй вариации функционала. Квадратические функционалы. Достаточные условия положительности второй вариации. Условие Лежандра-Клебша. Второе достаточное условие положительной определенности второй вариации. Присоединенная задача. Условие Якоби. Свойства уравнения Риккати. Примеры.	Лекции	6		4	№1, №2, №10	
4.3.	Изучение учебного материала по теме	СРС	6		2		
	Раздел 6. Принцип максимума Понтрягина.		6		14		ОРУК-2.1, ОРУК-2.2, ОРУК-2.3, ОРОПК-1.1, ОРОПК-1.2, ОРОПК-1.3, ОРОПК-1.4, ОРОПК-3.1, ОРОПК-3.2, ОРОПК-3.3

5.1	Принцип максимума Понтрягина. Содержание метода. Недостатки вариационного метода. Игольчатая вариация. Принцип максимума. Особое управление. Оптимальное по быстродействию управление для линейных систем. Примеры.	Лекции	6		10	№1, №8, №9	
5.2	Изучение учебного материала по теме. Подготовка к выполнению лабораторных работ.	СРС	6		2		
5.3.	Задача оптимального быстродействия	Лаб. работы	6		2	№1, №8, №6	
	Раздел 7. Динамическое программирование.		6		10		ОРУК-2.1, ОРУК-2.2, ОРУК-2.3, ОРОПК-1.1, ОРОПК-1.2, ОРОПК-1.3, ОРОПК-1.4, ОРОПК-3.1, ОРОПК-3.2, ОРОПК-3.3
6.1	Динамическое программирование. Содержание метода. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана. Связь с принципом максимума Понтрягина. Решение задачи АКОР. Управление линейной системой с ограничениями на правый конец траектории. Примеры.	Лекции	6		8	№1, №9, №14	
6.2	Изучение учебного материала по теме	СРС	6		2		
	Консультации	К	6		6		
	Подготовка к промежуточной аттестации	СРС	6		31,7		
	Промежуточная аттестация в форме экзамена	Э	6		2,3		

4. Образовательные технологии, учебно-методическое и информационное обеспечение для освоения дисциплины

Исходным звеном является лекция. Лекционный материал затем закрепляется путем выполнения лабораторных работ по отдельным разделам курса.

Самостоятельная работа студентов включает изучение теоретического материала, подготовку к лабораторным работам, а также подготовку к экзамену. Описание лабораторных работ содержится в учебно-методических пособиях, подготовленных для выполнения каждой лабораторной работы, которые в достаточном количестве находятся на кафедре прикладной математики.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, и методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, приведены в Приложении 1 к рабочей программе «Фонд оценочных средств».

4.1. Рекомендуемая литература и учебно-методическое обеспечение

№ п/п	Авторы / составители	Заглавие	Издательство	Год издания, количество страниц
Основная литература				
1.	Параев Ю.И., Лившиц К.И.	Теории управления: учебник	СПб: Лань	2020, 232 с.
2.	Абдрахманов В.Г., Рабчук А.В.	Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания	СПб.: Издательство «Лань»	2014, 112 с.
3.	Параев Ю.И., Цветницкая С.А.	Устойчивость линейных систем: учеб.-метод. пособие по курсу «Теория управления»	Томск: ТГУ	2009, 22 с.
4.	Параев Ю.И.	Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов для непрерывных и дискретных систем: учеб.-метод. пособие по курсу «Теория управления»	Томск: ТГУ	2009, 19 с.
5.	Параев Ю.И.	Фильтр Калмана для непрерывных и дискретных систем : учеб.-метод. пособие по курсу «Теория управления»	Томск: ТГУ	2009, 19 с.
6.	Параев Ю.И.	Задача оптимального быстродействия : учеб.-метод. пособие по курсу «Теория управления»	Томск: ТГУ	2010, 16 с.
Дополнительная литература				
7.	Квакернаак Х., Сиван Р..	Линейные оптимальные системы управления	М.: Мир	1977, 652 с.
8.	Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г.,	Математическая теория оптимальных процессов	М.: Наука	1983, 393 с.

	Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.			
9.	Лагоша Б.А.	Оптимальное управление в экономике: учебное пособие	М.: Моск. гос. ун-та экономики, статистики и информатики	2004, 133 с.
10.	Брайсон А., Ю-Ши Хо	Прикладная теория оптимального управления	М.: Мир	1972, 544 с.
11.	Ройтенберг Я.Н.	Автоматическое управление: учебник	М.: Наука	1992, 576 с.
12.	Смагин В.И.	Динамические регуляторы: : учеб.-метод. пособие по курсу «Теория управления»	Томск: ТГУ	2004, 18 с.
13.	Параев Ю.И., Смагин В.И.	Динамические наблюдатели: учеб.-метод. пособие по курсу «Теория управления»	Томск: ТГУ	2004, 25 с.
14	Беллман Р.	Динамическое программирование	М.: Изд-во Иностранная литература	1960, 400 с.

4.2. Базы данных и информационно-справочные системы, в том числе зарубежные

1. «Образовательный математический сайт Exponenta.ru». – URL: <http://www.exponenta.ru> .
2. «Образовательный математический сайт Math.ru». – URL: <http://www.math.ru>
3. Онлайн-библиотека: точные науки. – URL : http://www.edu_lib/net .
4. Электронно-библиотечная система Издательства Лань [Электронный ресурс]/ Издательство «Лань». – Электрон. дан. – URL: <https://e.lanbook.com/>
5. Электронная библиотека ТГУ: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>.
6. ScienceDirect [Electronic resource] / Elsevier B.V. – Electronic data. – Amsterdam, Netherlands, 2016. – URL: <http://www.sciencedirect.com/>

4.3. Перечень лицензионного и программного обеспечения

Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook); публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.); пакет «**Управление**», разработанный на кафедре прикладной математики ТГУ.

4.4. Оборудование и технические средства обучения

Для реализации дисциплины необходимы лекционные аудитории и аудитории для проведения лабораторных занятий. Для проведения лабораторных работ в институте прикладной математики и компьютерных наук имеется дисплейный класс с персональными компьютерами, на которых установлен пакет «Управление». Вся основная и дополнительная литература, необходимая для самостоятельной работы и подготовки к экзамену, имеется в научной библиотеке ТГУ.

5. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины

Основой обучения является курс лекций, читаемый преподавателем, а также выполнение лабораторных работ, при выполнении которых путем имитационного моделирования исследуются предложенные ранее алгоритмы управления. Для самостоятельной работы и дополнительного расширения круга знаний рекомендуется

использовать литературу, приведенную в разделе 4.1, а также информационные системы, приведенные в разделе 4.2.

6. Преподавательский состав, реализующий дисциплину

Лившиц Климентий Исаакович, д-р техн. наук профессор, профессор кафедры прикладной математики НИ ТГУ.

Цветницкая Светлана Александровна, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики НИ ТГУ.

7. Язык преподавания – русский язык.